УДК 303.444:314.4(477)

***П. Є. ШЕВЧУК,***
***кандидат економічних наук, провідний науковий співробітник Інституту демографії та соціальних досліджень ім. М. В. Птухи НАН України***

# ЗАСТОСУВАННЯ ФОРМАЛЬНИХ МЕТОДІВ ДО ПРОГНОЗУВАННЯ СМЕРТНОСТІ НАСЕЛЕННЯ

'... nobody can be sure of the future.'
(ніхто не може бути впевнений у майбутньому)
*Шарлотта Бронте, "Джейн Ейр", розділ 6*

**Вступ** (постановка проблеми). Динаміка середньої очікуваної тривалості життя в Україні є дуже неоднозначною. Періоди стагнації змінюються кількарічним зростанням або таким же недовготривалим спадом. Розгляд повікових показників смертності ще більше ускладнює картину – до різноспрямованих тенденцій у часі додаються різноспрямовані тренди за віком. Все це звужує можливості застосування екстраполяції динамічних рядів, що змушує демографів удаватися до експертного та структурно-аналогового (референтного) методів прогнозування. Проте формальні методи прогнозування смертності також можуть бути використані як елемент аналізу колишніх тенденцій та обґрунтування гіпотез на перспективу.

Експертні оцінки та метод аналогій дають розробнику прогнозу надто широку свободу суджень, часто недостатньо обґрунтованих. Натомість формальні методи (за усіх їхніх вад) змушують дослідника притримуватися більш реалістичних поглядів. Тому розробка альтернативних прогнозів принципово різними методами дасть змогу покращити обґрунтованість і якість демографічних прогнозів.

**Аналіз останніх досліджень**. Знайти адекватну формальну модель для прогнозування смертності спроби були неодноразово. Найбільш уживаними в теперішній практиці є моделі В. Брасса [1] та Р. Лі та Л. Картера [2]. Імовірнісний підхід може включати в себе різні методи оцінки перспективних показників смертності на окремих етапах як указані вище, так і інші, в тому числі методи часових рядів та експертні [3]. Модель APC (age-period-cohort) набула поширення переважно в епідеміології [4]. Розробляється метод прямої екстраполяції (direct extrapolation) з обмеженнями параметрів моделі [5]. У вітчизняній практиці прогнозування смертності моделі В. Брасса та Лі-Картера не використовува-

лися, хоча А. І. Стефановський [6] спробував застосувати одну з модифікацій [7] моделі В. Брасса для побудови таблиць смертності в Україні.

Прогнози смертності в Україні, що розроблялися в останні два десятиліття, мають яскраво виражене експертне забарвлення [8,9,10,11,12,13]. Проте аргументація експертних суджень переважно залишається нечітко сформульованою. При цьому саме відкритість аргументації є основною вимогою при використанні експертного методу [14, с. 6]. Тому видається доцільним розробити альтернативний прогноз із метою з'ясування вірогідних перспектив смертності та тривалості життя в Україні за допомогою методів, що зменшують суб'єктивний вплив автора.

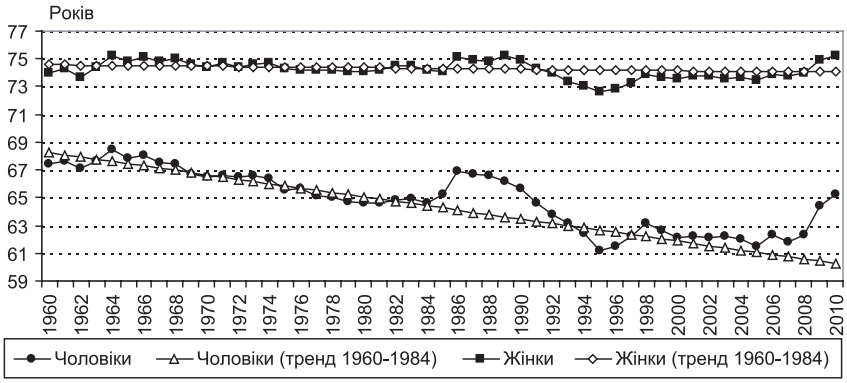
**Цілі дослідження**. Оцінка можливостей застосування найбільш популярних математичних моделей, придатних для прогнозування смертності, визначити межі їх застосування.

**Виклад основного матеріалу**. Експертні оцінки тією чи іншою мірою враховують історичні тенденції перебігу прогнозованого процесу. Власне, навіть припущення про вірогідні зміни розвитку цього процесу грунтуються на вивченні його колишнього перебігу. Тому застосування екстраполяцій зовсім не означає руху назад в методології. При екстраполяції прогнозований процес представляється як функція часу, в якому уособлено дію інших факторів, що визначають його напрямок та інтенсивність. Екстраполяційні методи пов'язані з гіпотезою, що виявлені тенденції минулого збережуться в майбутньому. Саме завдяки своїй простоті екстраполяція є найбільш поширеним методом прогнозування. Він дає уявлення про динаміку явища у випадку, якщо розвиток відбуватиметься за траєкторією, що склалася.

Звісно, неправомірно очікувати тривалий розвиток такого складного процесу, як смертність в одному напрямі. Історична і навіть сучасна динаміка тривалості життя показує досить суттєві коливання в різних напрямах. Проте спеціальні дослідження свідчать, що флуктуації останніх двох десятиліть із високим ступенем достовірності „вкладаються" у довготривалий, майже півстолітній тренд. Так, Є.М. Андрєєв висуває гіпотезу, що тривале погіршення ситуації зі смертністю в республіках колишнього СРСР в 1965–1980 рр. та після 1991 р. зумовлене тими ж самими факторами, які він назвав „довготривалими факторами росту смертності" [15, с. 6].

Справді, лінійна апроксимація очікуваної тривалості життя при народженні на інтервалі 1960–1984 рр. й екстраполяція цього показника на майбутнє показує доволі точне наближення в періоді 2000–2005 рр. для чоловіків, і 1998–2008 рр. – для жінок (рис. 1). Відхилення фактичної динаміки від прогнозного тренду в 1985–1996 рр. Є. М. Андрєєв пояснює впливом антиалкогольної кампанії та реалізацією „відкладених" смертей згодом [15, с. 6–8]. Тому, розуміючи всі вади екстраполяції, цілком нехтувати такою потужною інерцією навряд чи доцільно.

Первинною метою моделі В. Брасса було вирівнювання та корегування неповних або дефектних даних по країнах, що розвиваються [1, с. 39–40]. Це забезпечується знаходженням простих лінійних співвідношень між параметрами двох таблиць смертності, одна з яких є „стандартною". Завдяки малій кількості параметрів (лише два) ця модель стала популярною також для прогнозування смертності, та й сам автор відразу вказував на таку можливість [1, с. 91–93]. Збільшення кількості параметрів у пізніших модифікаціях моделі, наприклад, до чотирьох [7, с. 171] призводить лише до точнішого „припасування" форми оцінюваної таблиці смертності до стандартної, хоча помітно ускладнює модель. Тому для прогнозування доцільно користуватися оригінальною моделлю з двома параметрами [1, с. 45].

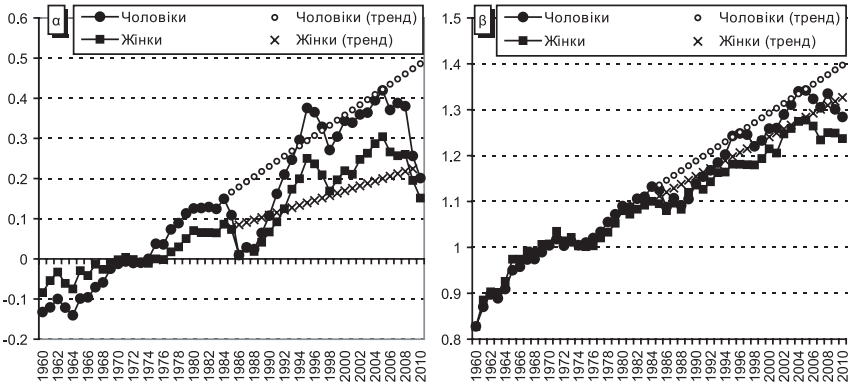



Джерело: *розрахунки автора на основі даних Держкомстату України*

*Рис. 1.* **Середня очікувана тривалість життя при народженні в Україні, спостережувані значення та тренд**

Зважаючи на вищезазначені міркування про вагомість тренду 1960–1984 рр. для подальшої динамки смертності, саме цей період доцільно обрати за стандарт шляхом усереднення повікових значень логітів за відповідні календарні роки. Для оцінки параметрів $\alpha$ та $\beta$ суми логітів молодших і старших вікових груп було взято в межах 20–49 та 50–79 років відповідно. Це зумовлено тим, що через відхилення функції логітів від прямої у віці до 20 та старше 80 років їх бажано не використовувати.

Після цього за допомогою апроксимації можна знайти й екстраполювати тренд обох параметрів окремо. Екстрапольовані параметри мають гарне наближення до оцінених у ті самі роки, як і у випадку з тривалістю життя. Оскільки екстрапольовані $\alpha$ та $\beta$ майже збіглися з оціненими в однакові роки для чоловіків (рис. 2), то цей приклад буде лише для них.

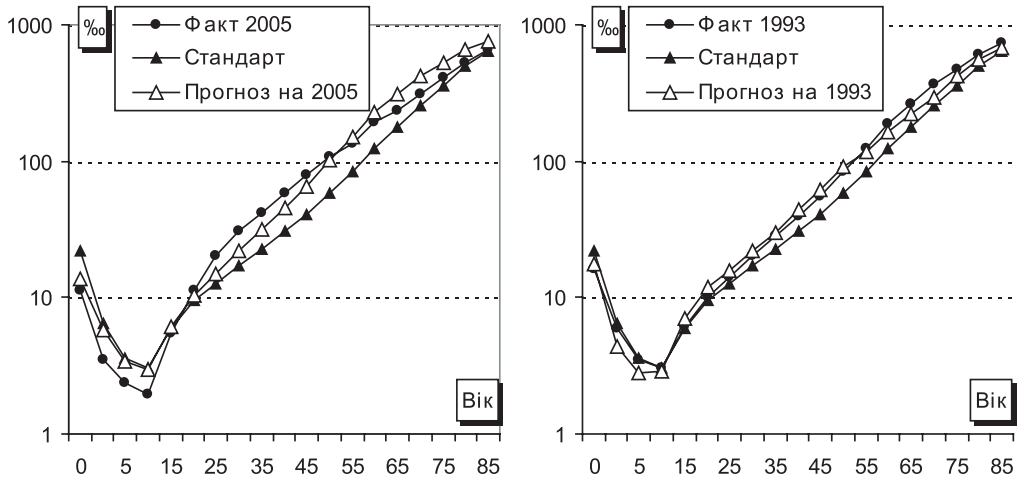



Джерело: *розрахунок автора на основі даних Держкомстату України*

*Рис. 2.* **Параметри $\alpha$ та $\beta$, оцінені за стандартом 1960–1984 рр. й екстрапольовані на 1985–2010 рр.**

Спрогнозувавши таким чином параметри моделі на 2005 р. та маючи стандарт 1960–1984 рр., можна знайти логіти, а також таблицю смертності чоловіків у 2005 р. Так, якщо прогнозована очікувана тривалість життя при народженні виявилася досить близькою до спостережуваної (61,0 проти 61,5 року відповідно), то в наступних вікових групах вона все більше відхиляється і при досягненні 60 років становить 11,6 проти 13,8 року, що спостерігалося. Повікові імовірності смерті ілюструють ситуацію детальніше.

На рис. 3 видно, що модель не враховує значне зростання смертності у віці 25–45 років і порівняно швидке її скорочення у віці молодше 15 років. Цікаво, що прогнозні показники на 1993 р. дуже близькі до спостережуваних, що підтверджує гіпотезу Є. М. Андрєєва про поширення тенденцій смертності 60-х – початку 80-х на наступне десятиліття.

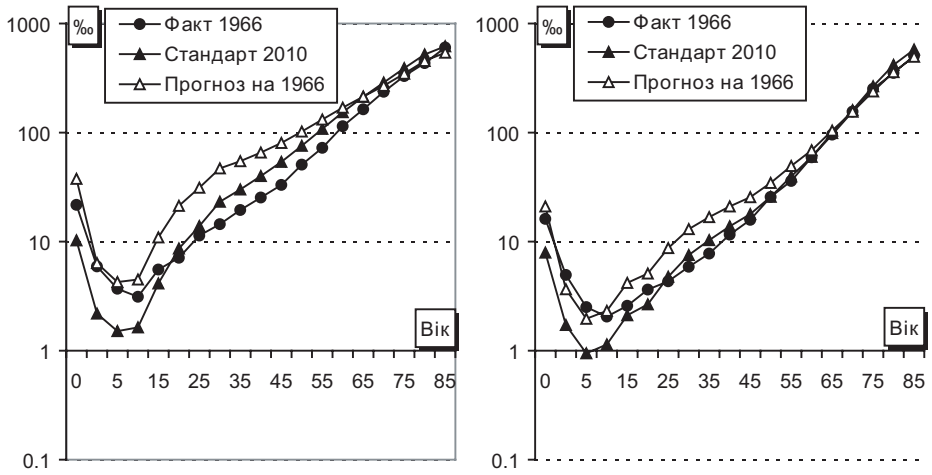



Джерело: *розрахунок автора на основі даних Держкомстату України*

*Рис. 3.* **Спостережувані, стандартні (1960–1984 рр.) та прогнозні ймовірності смерті чоловіків (логарифмічна шкала) за моделлю В. Брасса**

На початку та в кінці 1996–2010 рр. очікувана тривалість життя при народженні зростала, а в середині – була на приблизно одному рівні (рис. 1). При цьому весь період смертність дітей знижувалася, а осіб працездатного віку зростала лише в його середині. Якщо прийняти за стандарт смертність 2010 р., а параметри апроксимувати на інтервалі 1996–2010 рр., то при ретроспективному прогнозі на 1966 р. цікава ситуація спостерігається серед жінок. Очікувана тривалість життя жінок при народженні в 1966 та 2010 р. майже однакова – 75,17 та 75,23 року відповідно. Проте більш високу дитячу смертність в 1966 р. модель сприймає як загалом більш високу смертність. Тому при ретроспективному прогнозі перетворення логітів дають вищу смертність у більшості вікових груп (рис. 4). Очікувана тривалість життя при цьому падає до 72,6 року.

Подібна ситуація спостерігається серед чоловіків. Проте, внаслідок більших відмінностей між сучасною та колишньою смертністю, модель ще сильніше погіршує ретроспективний прогноз повікової смертності та тривалості життя.




Джерело: *розрахунок автора на основі даних Держкомстату України*

*Рис. 4.* **Спостережувані, стандартні та прогнозні ймовірності смерті чоловіків (ліворуч) і жінок (логарифмічна шкала)**

Для можливості порівняння прогноз смертності населення України на період до 2050 р. за моделлю В. Брасса (для кожної статі окремо) обчислено за таких гіпотез:

1) стандарт 1960–2010 рр., оцінка й апроксимація параметрів на цьому ж інтервалі;

2) стандарт 1986–2010 рр., оцінка й апроксимація параметрів на цьому ж інтервалі;

3) стандарт 1996–2010 рр., оцінка й апроксимація параметрів на цьому ж інтервалі;

4) стандарт 2010 р., оцінка й апроксимація параметрів на інтервалі 1960–2010 рр.;

5) стандарт 2010 р., оцінка й апроксимація параметрів на інтервалі 1996–2010 рр.

Основні результати подано в табл. 1, нумерація варіантів відповідає гіпотезам, переліченим вище.

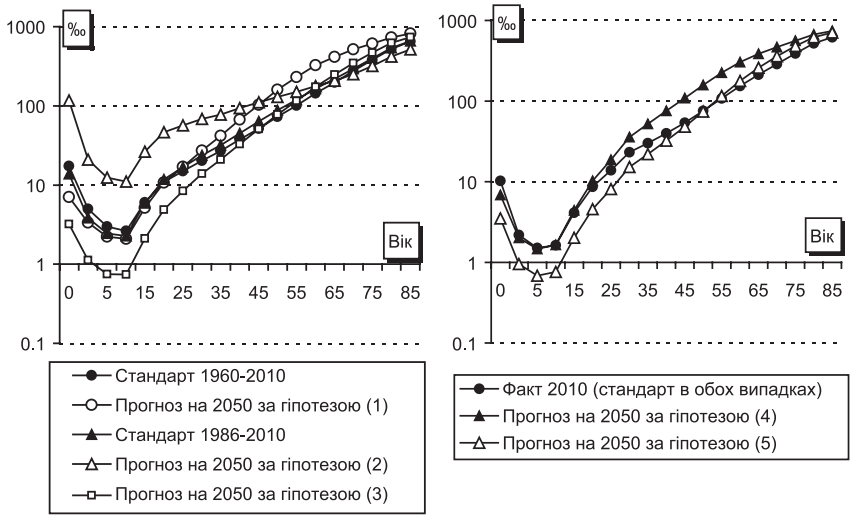
Оскільки у жінок щодо смертності ситуація стабільніша, більш виразним прикладом є смертність чоловіків. На рис. 5 представлено результати цього ж прогнозу у вигляді повікових імовірностей померти – стандартних і прогнозних. Усереднені криві повікових імовірностей смерті за 1960–2010 та 1986–2010 рр. досить близькі. Їх суттєвою відмінністю є те, що у першої вища смертність у дитячих вікових групах, у другої – в працездатному віці. А прогнозні криві за цими стандартами відрізняються значно. Так, загальна тенденція зниження смертності дітей та її зростання серед дорослих у 1960–2010 рр. зумовила відповідну форму прогнозної кривої: з низькою смертністю дітей і високою – дорослих. Натомість у період 1986–2010 рр. не лише загальний рівень смертності в Україні змінювався різко, а й форма кривої смертності зазнавала суттєвих змін. Тому прогнозна крива набула форми, характерної для країн із високою смертністю (рис. 5).

*Таблиця 1*

**Прогноз очікуваної тривалості життя при народженні за різними гіпотезами та моделями**

| № гіпотези | | В. Брасса | | | | | Лі-Картера | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2010* | 2011 | 2020 | 2030 | 2040 | 2050 | 2011 | 2020 | 2030 | 2040 | 2050 |
| **Чоловіки** | | | | | | | | | | | |
| 1) | 65.2 | 61.4 | 60.4 | 59.4 | 58.4 | 57.6 | 64.8 | 64.7 | 64.5 | 64.3 | 64.1 |
| 2) | | 60.5 | 58.2 | 55.2 | 51.8 | 48.0 | 63.5 | 63.1 | 62.6 | 62.1 | 61.6 |
| 3) | | 63.2 | 63.9 | 64.6 | 65.3 | 65.9 | 63.8 | 64.7 | 65.7 | 66.7 | 67.6 |
| 4) | | 61.6 | 60.5 | 59.4 | 58.3 | 57.4 | 65.2 | 65.2 | 65.2 | 65.2 | 65.1 |
| 5) | | 63.2 | 63.9 | 64.6 | 65.2 | 65.8 | 65.3 | 65.7 | 66.2 | 66.6 | 67.0 |
| **Жінки** | | | | | | | | | | | |
| 1) | 75.2 | 72.8 | 72.3 | 71.9 | 71.5 | 71.1 | 74.3 | 74.2 | 74.2 | 74.2 | 74.1 |
| 2) | | 73.3 | 72.7 | 72.1 | 71.5 | 70.9 | 74.0 | 73.9 | 73.7 | 73.6 | 73.4 |
| 3) | | 74.2 | 74.4 | 74.6 | 74.8 | 75.0 | 74.4 | 74.9 | 75.3 | 75.8 | 76.1 |
| 4) | | 73.7 | 73.2 | 72.7 | 72.2 | 71.8 | 75.3 | 75.3 | 75.3 | 75.3 | 75.3 |
| 5) | | 74.1 | 74.3 | 74.5 | 74.7 | 74.8 | 75.3 | 75.7 | 76.1 | 76.5 | 76.9 |

* Спостережувані дані
Джерело: *розрахунок автора на основі даних Держкомстату України*




Джерело: *розрахунок автора на основі даних Держкомстату України*

*Рис. 5.* **Стандартні та відповідні прогнозні ймовірності смерті чоловіків (логарифмічна шкала, пояснення в тексті)**

Спроба врахувати сучасний профіль повікової смертності (надати гіпотезам 4–5 у якості стандарту криву, обчислену за даними Держкомстату України 2010 р.) призвела до швидшого зростання смертності дорослого населення за 4-ю гіпотезою (рис. 5). Прогноз за 5-ю гіпотезою виявився близьким до прогнозу за 3-ю не лише щодо тривалості життя (табл. 1), а й усієї повікової кривої смертності (рис. 5).

Таким чином, екстраполяція параметрів $\alpha$ та $\beta$ за моделлю В. Брасса є непридатною для прогнозування смертності в Україні. Звісно, можна дібрати такі параметри в рамках моделі В. Брасса, щоб очікувана тривалість життя (і вся крива) відповідала уявленню розробника прогнозу, проте це було б цілком довільне припущення.

Одним із розв'язків цієї проблеми є використання інших методів. Зокрема, наразі одним із найбільш популярних методів прогнозування смертності є метод, запропонований Р. Лі та Л. Картером [2]. Він, власне, і призначався для прогнозування можливого зростання смертності в працездатних вікових групах за наявної тенденції зниження смертності в решті вікових груп. Модель Лі-Картера поєднує повікові коефіцієнти смертності (режим вимирання, властивий даній популяції) та методи часових рядів. Процедура сингулярної декомпозиції (*SVD*) є досить складною задачею, тому в даній роботі використано алгоритм, наведений у [16, с. 10–12].

Для можливостей порівняння з результатами, отриманими методом В. Брасса, слід використати ті самі періоди для оцінювання параметрів. Так, вектор $a_x$ в моделі Лі-Картера є аналогом стандартної таблиці В. Брасса. Тому пропонуються такі гіпотези:

1) визначення $a_x$ та застосування сингулярного розкладу на інтервалі 1960–2010 рр.;

2) визначення $a_x$ та застосування сингулярного розкладу на інтервалі 1986–2010 рр.;

3) визначення $a_x$ та застосування сингулярного розкладу на інтервалі 1996–2010 рр.;

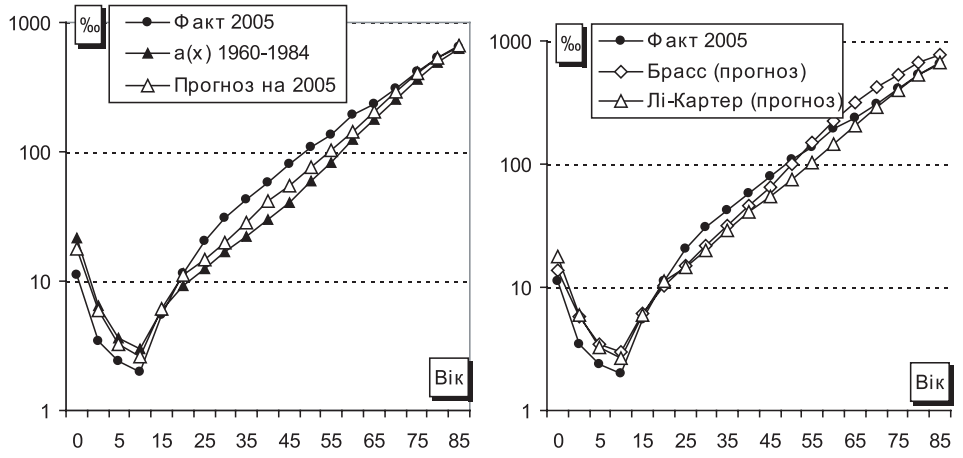
4) $a_x$ дорівнює коефіцієнтам смертності 2010 р., застосування сингулярного розкладу на інтервалі 1960–2010 рр.;

5) $a_x$ дорівнює коефіцієнтам смертності 2010 р., застосування сингулярного розкладу на інтервалі 1996–2010 рр.

Ідея ототожнення $a_x$ із $\ln(m_x)$ для останнього передпрогнозного року не нова, її вже пропонували, зокрема, Р. Лі та Т. Міллер [17]. Основна суть у тому, щоб надати більшої ваги новій, сучасній моделі повікової смертності на противагу її усередненню за колишні роки.

Для верифікації методу Лі-Картера можна обчислити прогноз на 2005 р. на основі даних за період 1960–1984 рр. (аналогічно як у випадку з моделлю В. Брасса). При порівнянні спостережуваних даних за 2005 р. та прогнозних за моделлю Лі-Картера (рис. 6) можна помітити, що модель вірно „вловила" тенденцію зростання смертності серед дорослих і зниження – серед дітей. Проте вона не змогла відобразити більш високі темпи

обох тенденцій у наступні роки. Таким чином, смертність дітей виявилася переоціненою, а дорослих – недооціненою.



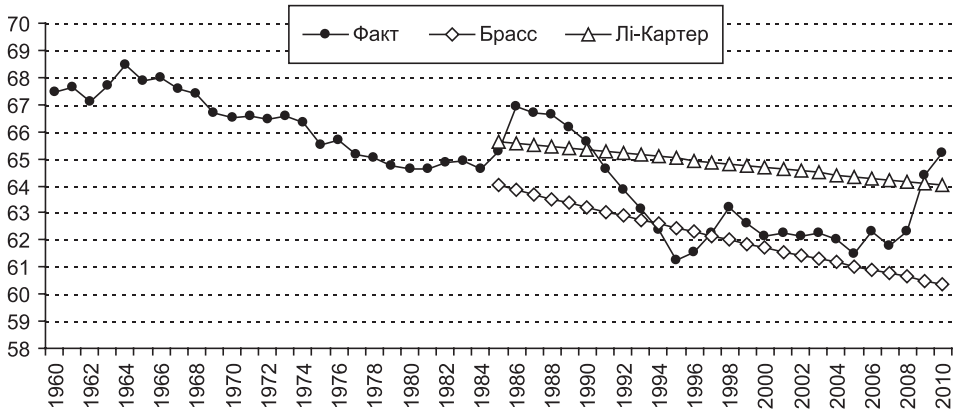

Джерело: *розрахунок автора на основі даних Держкомстату України*

*Рис. 6.* **Спостережувані, стандартні (1960–1984 рр.) та прогнозні ймовірності смерті чоловіків (логарифмічна шкала) за методом Лі-Картера (ліворуч) та у порівнянні з методом В. Брасса**

При порівнянні з аналогічним прогнозом за моделлю В. Брасса видно, що кожна з моделей має свої переваги. Так, у віці 15–24 роки обидві моделі дали гарне наближення. У більшості дорослих вікових груп, особливо 50–59 років, краще виглядає модель Брасса. Для віку старше 75 років ближчим до спостережуваного виявився результат за моделлю Лі-Картера (рис. 6). Відповідно, за рахунок кращого наближення смертності за моделлю Брасса у більшості вікових груп очікувана тривалість життя при народженні також виявилася точнішою – 61,0 (за Брассом), 64,3 (за Лі-Картером) порівняно з 61,5 року – за наявними даними. Проте така перевага є цілком випадковою, якщо розглянути всі „прогнозовані" точки – в одні роки ближчою виявляється одна модель, в інші – друга (рис. 7).

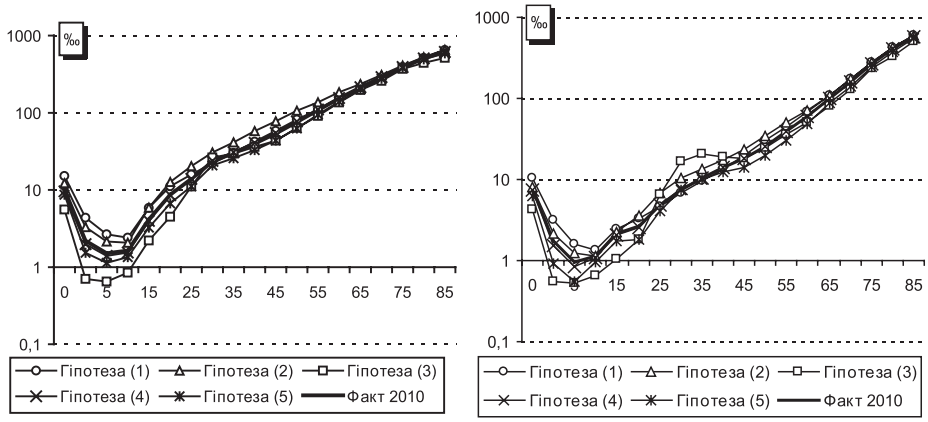
Повікові прогнозні профілі смертності за моделлю Лі-Картера виявилися значно ближчими до спостережуваної кривої 2010 р. За гіпотезами 1 та 2 очікується порівняно вища смертність, за гіпотезами 3 та 5 – порівняно нижча. Гіпотеза 4 майже не змінила віковий спектр смертності для обох статей (рис. 8). Впродовж 1996–2010 рр. смертність жінок у віці 25–44 роки здебільшого зростала, а в молодших вікових групах – переважно знижувалася. Тому згідно з гіпотезою 3 модель екстраполювала цю тенденцію на майбутнє, що призвело до помітного спотворення повікового профілю.

У чоловіків також можна відмітити підвищену смертність у відповідних вікових групах, однак не таку виразну (рис. 8). При цьому очікувана тривалість життя виявляється порівняно високою за рахунок низької смертності дітей (табл. 1).




Джерело: *розрахунок автора на основі даних Держкомстату України*

*Рис. 7.* **Очікувана тривалість життя при народженні: факт і прогноз на основі тренду 1960–1984 рр. за різними моделями**




Джерело: *розрахунок автора на основі даних Держкомстату України*

*Рис. 8.* **Прогноз імовірностей смерті за віком на 2050 р. для чоловіків (ліворуч) і жінок (логарифмічна шкала)**

**Висновки**. Як порівняно прості, так і складніші методи екстраполяції лише переносять наявну тенденцію на майбутнє. У випадку тривалого тренду, використаного для оцінювання параметрів моделі, повіковий профіль смертності може залишитися сталим або зовсім утратити адекватність. У разі вибору короткого базового інтервалу короткотермінові флуктуації можуть бути значно переоцінені, що також призводитиме до спотворення повікового профілю смертності.

Стосовно моделі В. Брасса можна сказати, що вона не враховує можливих змін у випадку різної направленості або швидкості змін смертності в різному віці, внаслідок чого

може значно змінюватися лише один кінець кривої смертності – молодший або старший. Модель Лі-Картера вірно оцінює тенденції в окремих вікових групах, однак може також призводити до спотворень у випадку невдало обраного базового інтервалу.

Оцінювання окремих параметрів обох моделей дає можливість зробити певні висновки стосовно динаміки та структури (за віком) смертності. Проте це можна легше і детальніше зробити звичайними методами демографічного аналізу. Таким чином, в умовах різних темпів і навіть напрямів змін у смертності методи екстраполяції мало придатні, а довільний добір параметрів моделей практично повторює недоліки експертного методу, зумовлені суб'єктивізмом експерта.

У подальшому перспективними можуть бути спроби поєднати формальні методи прогнозування смертності з експертними судженнями, зокрема через введення в моделі певних обмежень або додаткових умов.

**Джерела**


1. *Брасс У.* Об одном способе выражения закономерностей смертности / В кн. Изучение продолжительности жизни. – М.: Статистика, 1977. – С. 39–93.
2. *Lee R. D., Carter L. R.* Modeling and Forecasting U.S. Mortality // Journal of American Statistical Association. – 1992. – № 87(419). – P. 659–671.
3. *Lutz W. et al.* Conditional Probabilistic Population Forecasting. Interim Report IR-03-052. – Laxenburg, 2003. – 13 p.
4. *Willekens F., Scherbov S.* Age-Period-Cohort (APC) analysis of mortality with applications to Soviet data. WP-91-42 – Laxenburg, 1991. – 45 p.
5. *Ediev D. M.* Extrapolative Projections of Mortality: Towards a More Consistent Method Part I: The Central Scenario. WP-3/2008 – Vienna, 2008. – 50 p.
6. *Стефановський А. І.* Адаптація модифікованої моделі Брасса для побудови повних таблиць смертності населення України // Демографія та соціальна економіка. – 2007. – Вип. 2. – С. 38–55.
7. *Murray C. J. L.* et al. Modified logit life table system: principles, empirical validation, and application // Population Studies. – 2003. – Vol. 57, No. 2. – P. 165–182.
8. *Либанова Э. М.* Продолжительность жизни населения. – К.: Наукова думка, 1991. – 200 с.
9. *Пирожков С. И.* Трудовой потенциал в демографическом измерении. – К.: Наукова думка, 1992. – 177 с.
10. *Макарова О., Позняк О., Шишкін В.* Прогноз демографічного розвитку України до 2010 р. // Україна: аспекти праці. –1997. – № 5. – С. 25–27.
11. *Лібанова Е. М.* та ін. Демографічні перспективи України: 2000–2075 роки // Зайнятість та ринок праці. – К.: РВПС України НАН України, 1999. – № 11. – С. 126–141.
12. Демографічні перспективи України до 2026 року / Відп. ред. д.е.н. В. Стешенко. – К., 1999. – 56 с.
13. Комплексний демографічний прогноз України на період до 2050 р. (колектив авторів) / за ред. чл.-кор. НАНУ, д.е.н., проф. Е. М. Лібанової. – К.: Український центр соціальних реформ, 2006. – 138 с.
14. *Lutz W.* et al. New Developments in the Methodology of Expert- and Argument-Based Probabilistic Population Forecasting. Interim Report IR-00-020. – Laxenburg, 2000. – 17 p.
15. *Андреев Е. М.* Возможные причины колебаний продолжительности жизни в России в 90-е года // Вопросы статистики. – 2002. – № 11. – С. 3–15.
16. *Zheng Wang J.* Fitting and forecasting mortality for Sweden: applying the Lee-Carter model. – Stockholm, 2007. – 51 p.
17. *Lee R. D., Miller T.* Evaluating the performance of the Lee-Carter method for forecasting mortality // Demography. – 2001. – № 38 (4). – P. 537–549.

**Анотація**. Розроблено прогноз смертності населення України двома найбільш популярними методами – В. Брасса та Лі-Картера. Здійснена їх верифікація на ретроспективних даних. Показана обмеженість можливостей їх використання.

**Аннотация**. Разработан прогноз смертности населения Украины двумя наиболее популярными методами – У. Брасса и Ли-Картера. Выполнена их верификация на ретроспективных данных. Показана ограниченность возможностей их использования.

**Summary.** In Ukraine most popular method in forecasting mortality remains an expert judgement. The main procedure of such forecasts is targeting life expectancies up to certain calendar years. Obtaining age-specific death rates by this method is more complicated. The common practice is using method by analogy. It consists in using age-specific death rates of more developed countries mainly. This approach gives too much arbitrariness for person who develops demographic forecasts. In this paper mortality forecast for Ukraine worked out by two most popular methods nowadays – W. Brass and Lee-Carter. Calculations show that both methods can lead to substantial distortions in projected mortality pattern. Verification carried out on historical time series showed inconsistency these methods that restrict their field of use also. Extrapolative methods unable take into account possible changes is trends therefore need embedding additional parameters and/or constraints.

***Ключові слова:*** *прогноз смертності, формальні методи, модель Брасса, модель Лі-Картера.*

***Ключевые слова:*** *прогноз смертности, формальные методы, модель Брасса, модель Ли-Картера.*

***Key words****: mortality forecast, formal methods, Brass model, Lee-Carter model.*

*Стаття надійшла до редакції журналу 17.06.2011 р.*